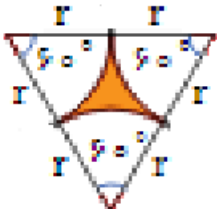
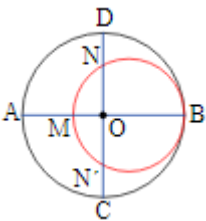
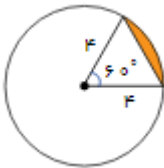
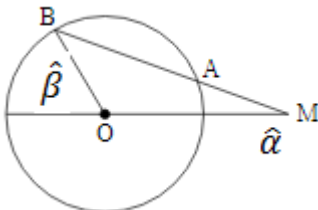


تاریخ آزمون: ۹۹/۱۰/۱۳ مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	باسمه تعالی مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ دبیرستان غیردولتی هدی (دوره دوم) آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹ تعداد صفحه: ۳ تعداد سوال: ۱۶	نام و نام خانوادگی: سوالات امتحان درس: هندسه ۲ پایه: یازدهم رشته: ریاضی نام دبیر: خانم فرایی
تاریخ تصحیح: ۹۹/ / نمره: با عدد () نمره با حروف: () امضای دبیر:		
ردیف	شرح سوالات	بارم
۱	(۱) مفاهیم هندسی زیر را تعریف کنید. الف) خط مماس بر دایره: ب) زاویه ی محاطی: ج) زاویه ی ظلّی	۱/۵
۲	جاهای خالی را با کلمات یا عبارات مناسب پر کنید؟ الف) وتر ی از دایره که از مرکز دایره میگذرد نام دارد. ب) از دو وتر نابرابر وتر ی بزرگتر است که به مرکز دایره ج) اگر دو دایره مماس برون باشند خط المרכזین آنها برابر است. د) دو وتر از یک دایره موازیند اگر و تنها اگر بین آنها مساوی باشد.	۱
۳	ثابت کنید قطر عمود بر وتر آن وتر و کمانهای نظیر آن را نصف میکند.	۱/۲۵
۴	ثابت کنید اندازه ی هر زاویه ی ظلّی برابر است با نصف کمان رو به رو به آن زاویه؟	۱/۲۵
۵	در شکل مقابل اضلاع زاویه های B و C بر دایره مماس اند. اندازه زاویه $\hat{A}$ چند درجه است؟ (A مرکز دایره نیست)	۱/۵
۶	مقدار X و Y را بیابید	۱/۲۵
۷	مقدار a را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع های ۸ و ۳ و خط المרכזین $d=13$ برابر $5a - 3$ باشد؟	۱

۸	مساحت ناحیه رنگ شده را بیابید	۱	
۹	اگر در یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط ۲P و شعاع دایره محاطی برابر r باشد ثابت کنید $S=rP$	۱	
۱۰	ثابت کنید اگر در چهار ضلعی ABCD، $AB+CD=BC+AD$ ، آنگاه چهارضلعی محیطی است. (اثبات با استفاده از برهان خلف)	۱/۲۵	
۱۱	ثابت کنید یک دوزنقه محاطی است اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد	۱/۵	
۱۲	در شکل مقابل دو دایره بر هم مماس و دو قطر AB و CD از دایره بزرگتر بر هم عمودند. اگر $AM=۱۶$ و $ND=۱۰$ باشد، شعاع های دو دایره را پیدا کنید. (O مرکز دایره بزرگ می باشد)	۱/۵	
۱۳	اگر شعاع های سه دایره ی محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی آن باشد، نشان دهید $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$	۱	
۱۴	روش رسم مماس مشترک خارجی را بنویسید	۱/۲۵	
۱۵	مساحت قسمت رنگی را بدست آورید	۱/۲۵	
۱۶	دایره $c(O, R)$ مفروض است. از نقطه M خارج دایره خطی چنان رسم کرده ایم که دایره را در دو نقطه A و B قطع کرده است و $MA=R$ نشان دهید $\hat{\beta} = ۳\hat{\alpha}$	۱/۵	

تاریخ: ۱۳/۱۰/۱۳۹۹

سوال امتحان درس هندسه

کلاس: یازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:

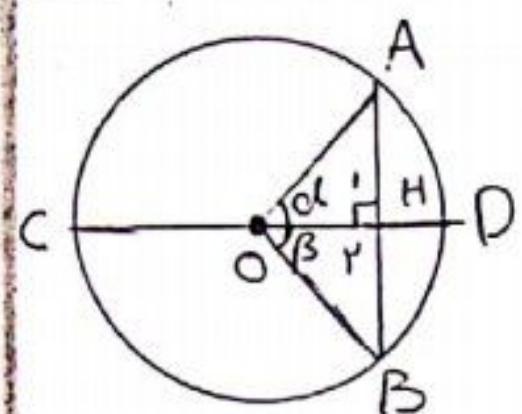
(الف) یک خط دایره برهم محاس اند اگر دو تنه آن را این خط در نقطه تماس با دایره بر شعاع آن نقطه محود باشد و اگر فاصله خطی از مرکز دایره باشد برابر باشد، خط دایره یک نقطه ای اشتراک دارند یعنی محاس اند.

(ب) زاویه مماسی زاویه ای است که رأس آن روی دایره و اضلاع آن دو وتر از دایره باشند.

(ج) زاویه ی قطبی زاویه ای است که رأس آن روی دایره قرار دارد و یکی از اضلاع آن محاس بر دایره و ضلع دیگر آن شامل وتر دایره باشد.

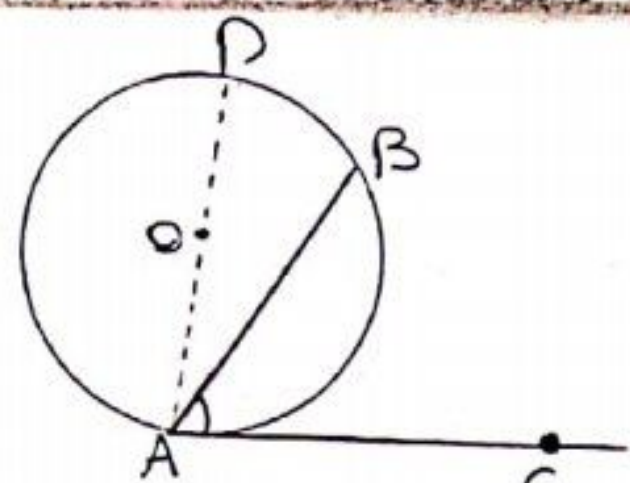
(۲) الف) قطر، ب) نزدیک تر باشد، ج) مجموع شعاع های دایره (د) مکان های معهود

$$CD \perp AB \Rightarrow AH = BH, \widehat{AD} = \widehat{BD}, \widehat{AC} = \widehat{BC}$$



$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ OH = OH \end{array} \right\} \text{ (قضیه) } \Rightarrow \triangle AOH \cong \triangle BOH \rightarrow AH = BH, \hat{\alpha} = \hat{\beta}$$

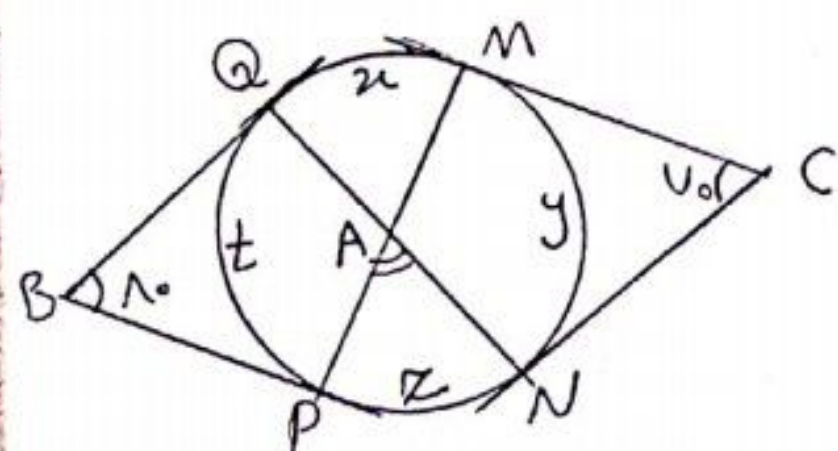
$$\hat{\alpha} = \hat{\beta} \rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BD} \rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{DBC} \rightarrow \widehat{DAC} - \widehat{AD} = \widehat{DBC} - \widehat{BD} \rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BC}$$



$$\hat{A} \text{ زاویه قطبی} \Rightarrow \hat{A} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

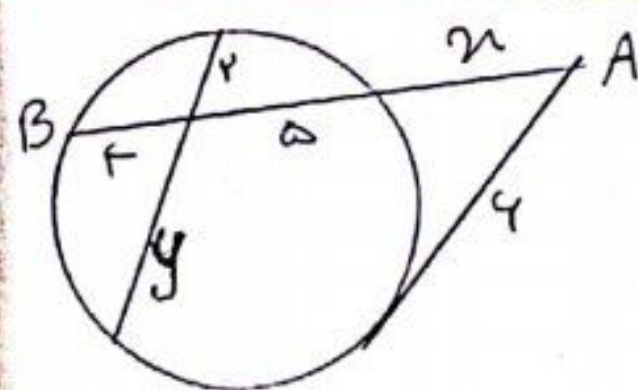
$$\left. \begin{array}{l} \widehat{DAC} = \alpha \rightarrow \widehat{DAC} = \frac{1}{2} \widehat{DBA} \\ \widehat{DAC} \text{ زاویه مماسی} \rightarrow \widehat{DAB} = \frac{1}{2} \widehat{DB} \end{array} \right\} \text{ تفاضل} \rightarrow \widehat{DAC} - \widehat{DAB} = \frac{1}{2} (\widehat{DBA} - \widehat{DB})$$

$$\rightarrow \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$



$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+t+z-y}{2} = 90 \rightarrow x+t+z-y = 180 \\ \frac{x+y+z-t}{2} = 90 \rightarrow x+y+z-t = 180 \end{array} \right\} \text{ جمع} \rightarrow 2x+2z = 360$$

$$\div 2 \rightarrow x+z = 180. \hat{A} = \frac{x+z}{2} = \frac{180}{2} = 90 \rightarrow \hat{A} = 90$$



$$2 \times y = 6 \times 5 \rightarrow 2y = 30 \rightarrow y = 15$$

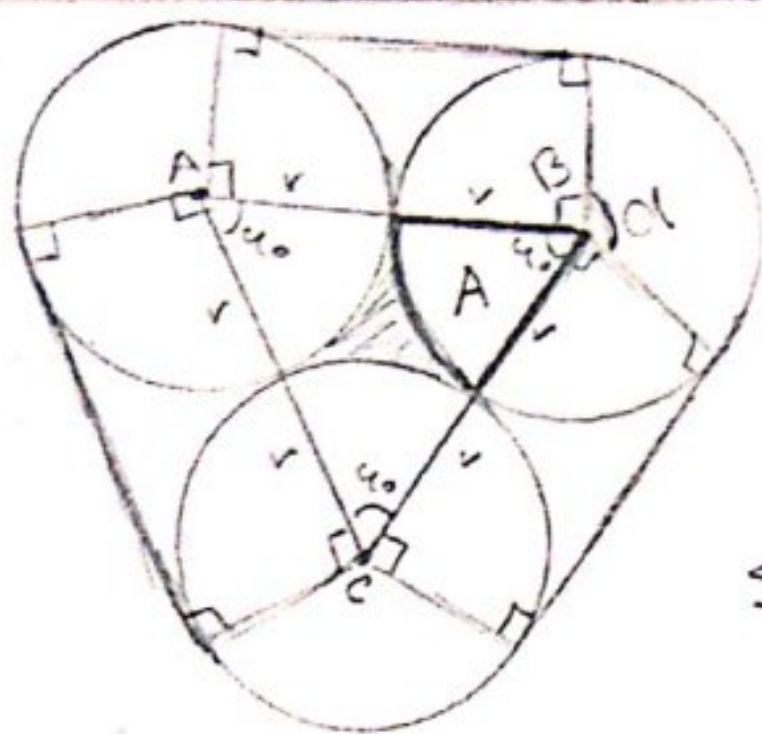
$$4^2 = x \times (5 + x) \rightarrow 16 = x^2 + 5x \rightarrow x^2 + 5x - 16 = 0$$

$$\rightarrow (x+12)(x-3) = 0 \rightarrow x_1 = -12 \text{ غلط}, x_2 = 3 \text{ غلط}$$

$$\rightarrow y = 15, x = 3$$

$$TT' = \sqrt{J^2 - (R-R')^2} \rightarrow \sqrt{13^2 - (11-3)^2} = 5\alpha - 3 \rightarrow \sqrt{144 - 2\alpha} = 5\alpha - 3 \quad (V)$$

$$\rightarrow \sqrt{144} = 5\alpha - 3 \rightarrow 12 = 5\alpha - 3 \rightarrow 15 = 5\alpha \rightarrow \alpha = 3$$



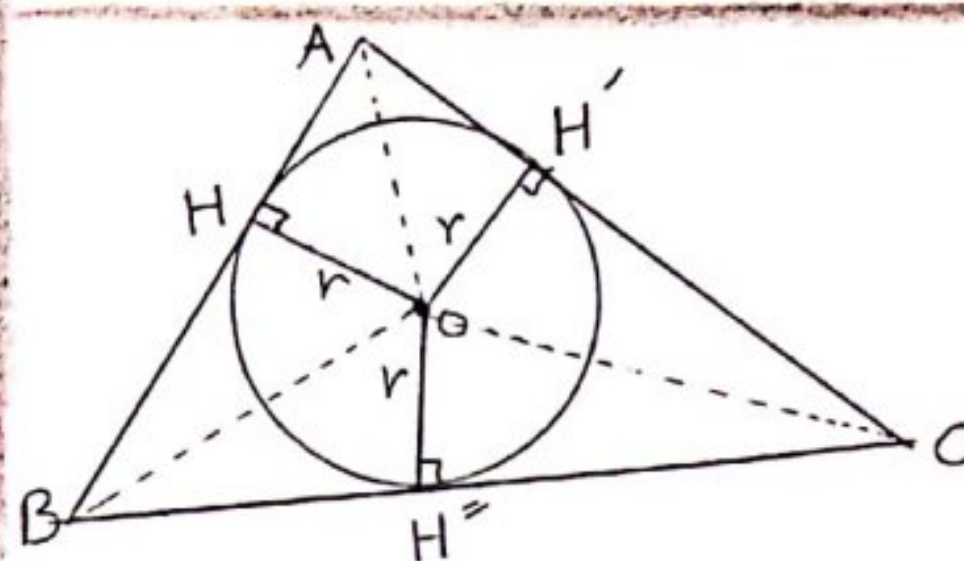
$$\alpha = 360 - (2 \times 90 + 90) = 120 \rightarrow L = \frac{\pi r}{180} \times 120 = \frac{2}{3} \pi r \quad (1)$$

$$P = 3(2r + L) = 3(2r + \frac{2}{3} \pi r) = 4r + 2\pi r$$

$$\rightarrow A = \frac{\pi r^2}{360} \times 120 = \frac{\pi r^2}{3}$$

$$S_{\text{مختار}} = S_{\text{مستطیل}} - 3 S_{\text{قطاع}} = \frac{1}{2} (2r)^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 3 \left(\frac{\pi r^2}{3}\right)$$

$$\rightarrow S_{\text{مختار}} = \frac{\sqrt{3}}{2} (2r)^2 - \pi r^2 = r^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$$



$$S_{\text{مختار}} \rightarrow S = rP$$

(9)

$$S(ABC) = S(AOB) + S(AOC) + S(BOC)$$

$$\rightarrow S = \frac{1}{2} AB \times OH + \frac{1}{2} AC \times OH' + \frac{1}{2} BC \times OH''$$

$$\rightarrow S = \frac{1}{2} r (AB + AC + BC) \rightarrow S = \frac{1}{2} r \times 2P \Rightarrow S = Pr$$

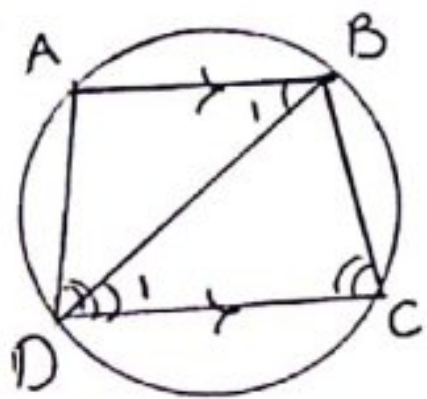
$$ON' = ON \rightarrow ON = OD - DN = R - 10 = ON' \quad (12)$$

$$OM = OA - AM = R - 14 \cdot ON \times ON' = OB \times OM \rightarrow (R - 10)(R - 10) = R \times (R - 14)$$

$$\rightarrow R^2 - 20R + 100 = R^2 - 14R \rightarrow 6R = 100 \rightarrow R = 25 \leftarrow \text{شعاع دایره بزرگ}$$

$$OM = R - 14 = 25 - 14 = 9 \cdot BM = R + OM = 25 + 9 = 34 \cdot BM = 2r \rightarrow r = \frac{34}{2} = 17$$

شعاع دایره کوچک



مساوی الساقین $\rightarrow$ دوزنقه متساوی

$$\text{موازی دایره} \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \rightarrow \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{\widehat{BC}}{2} \rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC}$$

$$\rightarrow AD = BC \rightarrow \text{دوزنقه متساوی الساقین}$$

مساوی $\rightarrow$ دوزنقه متساوی الساقین

(11)

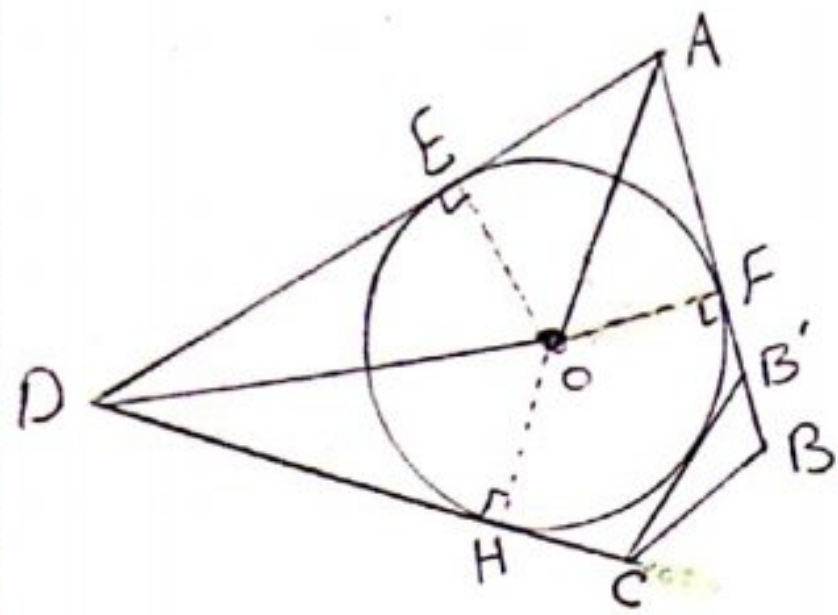
$$\text{مساوی الساقین} \rightarrow \hat{C} = \hat{D} \rightarrow \hat{A} + \hat{D} = 180 \quad (1)$$

$$\hat{A} + \hat{C} = 180 \cdot \hat{B} + \hat{C} = 180 \quad (2) \rightarrow \hat{B} + \hat{D} = 180$$

چهار ضلع متساوی است $\rightarrow$ زاویه های مقابل یکسان اند

$$AB + CD = BC + AD \Rightarrow \text{چهارضلع محیطی}$$

(۱۵)



از C مماس بر دایره رسم می کنیم $\rightarrow BC$ مماس بر دایره نباشد $\rightarrow$ چهارضلع محیطی نیست : خلاف حکم

$\rightarrow AB + CD = AD + B'C$ چهارضلع $AB'CD$ محیطی است $\rightarrow$ تفاضل
 $\rightarrow AB + CD = BC + AD$ فرض

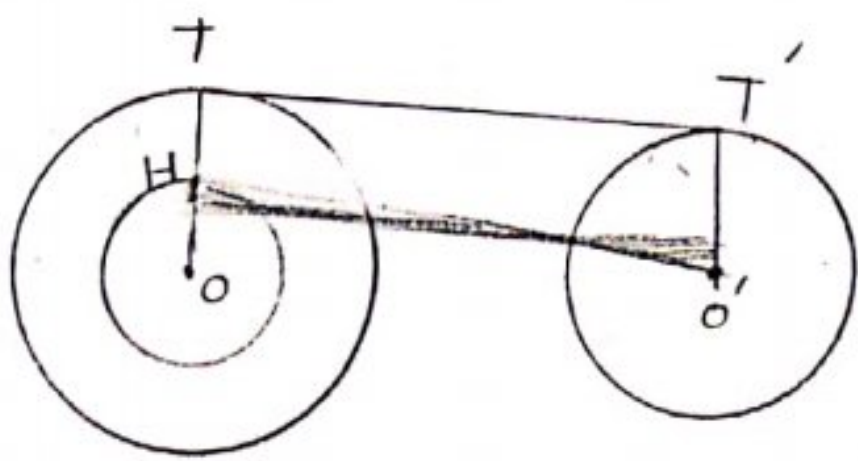
$$\rightarrow AB - AB' = BC - B'C \rightarrow BB' = BC - B'C \rightarrow BC = B'C + BB'$$

چهارضلع محیطی $\rightarrow$ خود حکم درست است $\rightarrow$ (زیرا در هر مثلث مجموع دو ضلع بزرگتر از ضلع سوم است) است

$$r_a = \frac{S}{p-a} \cdot r_b = \frac{S}{p-b} \cdot r_c = \frac{S}{p-c} \quad , \quad S = rp$$

(۱۳)

$$\rightarrow \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a}{S} + \frac{p-b}{S} + \frac{p-c}{S} = \frac{3p - (a+b+c)}{S} = \frac{3p - 2p}{S} = \frac{p}{S} = \frac{1}{r}$$

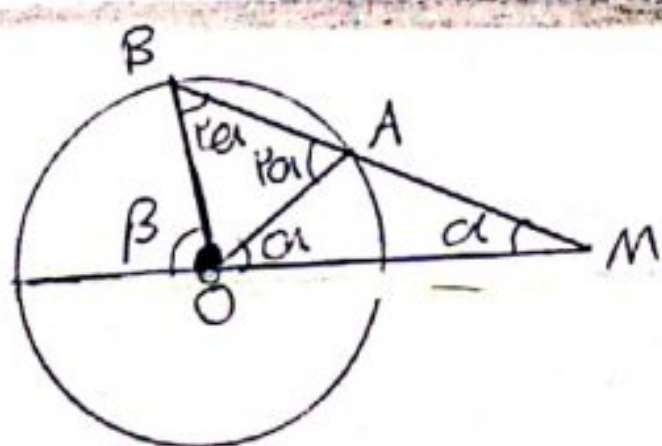


(۱۴) ابتدا دو دایره در حالت متقاطع به مرکزهای O و O' و شعاع های R و R' رسم می کنیم
 سپس دایره ای به شعاع R-R' و به مرکز O رسم می کنیم پس دو مرکز را به هم وصل می کنیم و
 از O شعاع دایره را می کشیم و از O' به نقطه H وصل می کنیم و از O' به موازات OT رسم می کنیم
 سپس از T به T' وصل می کنیم که مماس مشترک خارجی است.

$$\text{مساحت مثلث} - \text{مساحت قطاع} = \text{مساحت منتهی} \quad S_{\text{قطاع}} = \frac{12 \times 12}{360} \alpha = \frac{12(4)}{360} \times 40 = \frac{112}{3} \quad (۱۵)$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} ab \sin \alpha = \frac{1}{2} (4)(4) \sin(40) = \frac{1}{2} 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$S_{\text{منتهی}} = \frac{112}{3} - 4\sqrt{3} = \frac{112 - 12\sqrt{3}}{3} \approx \frac{24 - 20.4}{3} \approx \frac{3.6}{3} = 1.2$$



$$OA = OM = R \rightarrow \text{سایری اساسین} \rightarrow \hat{AOM} = \alpha$$

(۱۶)

$$\rightarrow \hat{OAB} = \hat{AOM} + \hat{AMO} = \alpha + \alpha \rightarrow \hat{OAM} = 2\alpha$$

$$OA = OB \rightarrow \text{سایری اساسین} \rightarrow \hat{ABO} = 2\alpha$$

$$\rightarrow \hat{BOM} \rightarrow \hat{\beta} = \hat{MBO} + \hat{BMO} = 2\alpha + \alpha = 3\alpha \rightarrow \beta = 3\alpha$$